QMexico Summer School

QBronze 1.1 · Sistemas clásicos

Basics of classical systems

29 Mayo 2026

Material final para estudiantes · Notación matemática en LaTeX

QM Q

Ruta completa de la sesión

Slide 2

La sesión organiza los conceptos en una secuencia matemática progresiva. Cada bloque introduce una definición, fija la convención de notación y resuelve ejercicios con pasos explícitos.
La convención común de las cinco presentaciones es usar vectores columna, producto tensorial de izquierda a derecha y amplitudes reales salvo que se indique lo contrario.

MAPA

1. Bits y reversibilidad
2. Probabilidad y simulación
3. Matrices estocásticas
4. Cadenas de Markov
5. Producto tensorial
6. CNOT clásico

Concepto · Bits y estados clásicos

Slide 3

Un bit clásico es un sistema con dos estados observables. Las etiquetas pueden ser $0, 1$, cara/cruz o soleado/lluvioso. La etiqueta no es la física; sólo identifica una posibilidad.

NOTACIÓN

$$\Sigma = \{0, 1\}$$

$$|0\rangle_{\mathrm{cl}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad |1\rangle_{\mathrm{cl}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Método · Bits y estados clásicos

Slide 4

Fija primero el orden de estados. Si el orden es $0, 1$, la primera entrada del vector corresponde a 0 y la segunda a 1.

PASOS

1. Ordena los estados.
2. Asigna un vector base a cada etiqueta.
3. Lee entradas como probabilidades cuando haya incertidumbre.

Ejercicio resuelto · Bits y estados clásicos

Escribe los vectores puros del bit clásico con orden $0, 1$.

SOLUCIÓN

$$0 \mapsto \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \qquad 1 \mapsto \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Concepto · Operadores deterministas

Slide 6

Un operador determinista toma una entrada y produce una salida sin azar. Para un bit hay exactamente cuatro funciones de $\{0,1\}$ en $\{0,1\}$.

NOTACIÓN

x	ZERO	ONE	I	X
0	0	1	0	1
1	0	1	1	0

Método · Operadores deterministas

Slide 7

Para clasificar una operación, escribe $f(0)$ y $f(1)$. Eso basta para un bit.

PASOS

1. Calcula la salida de 0.
2. Calcula la salida de 1.
3. Compara si las salidas son iguales o distintas.

Enumera las cuatro operaciones deterministas de un bit.

SOLUCIÓN

$$\begin{aligned} \mathrm{ZERO} &: 0 \to 0,\ 1 \to 0 \\ \mathrm{ONE} &: 0 \to 1,\ 1 \to 1 \\ I &: 0 \to 0,\ 1 \to 1 \\ X &: 0 \to 1,\ 1 \to 0 \end{aligned}$$

Una operación es reversible si la salida permite reconstruir de manera única la entrada. No basta con que la operación sea determinista; también debe conservar información.

NOTACIÓN

$$f \text{ reversible} \iff f(0) \neq f(1) \quad \text{para un bit}$$

Método · Reversibilidad

Aplica el criterio de salidas distintas. Si dos entradas caen en la misma salida, la inversa no existe.

PASOS

1. Escribe las dos salidas.
2. Si se repiten, no es reversible.
3. Si son distintas, sí es reversible.

Ejercicio resuelto · Reversibilidad

Decide cuáles son reversibles: ZERO, ONE, IDENTITY, NOT.

SOLUCIÓN

op.	$f(0)$	$f(1)$	reversible
ZERO	0	0	no
ONE	1	1	no
I	0	1	sí
X	1	0	sí

Concepto · Matrices deterministas

Slide 12

Una función determinista puede escribirse como matriz. Cada columna representa una entrada; el 1 marca la salida correspondiente.

NOTACIÓN

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \qquad X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

QM Q

Método · Matrices deterministas

Slide 13

Construye la columna j colocando el vector base de la salida $f(j)$.

PASOS

1. Fija orden $0, 1$.
2. Columna 0: vector de $f(0)$.
3. Columna 1: vector de $f(1)$.

Ejercicio resuelto · Matrices deterministas

Slide 14

Construye la matriz de NOT.

SOLUCIÓN

$$0 \to 1 \Rightarrow \text{columna } 0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad 1 \to 0 \Rightarrow \text{columna } 1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Concepto · Información incompleta

Slide 15

Cuando no se conoce con certeza el estado, se usa una distribución de probabilidad. Para dos estados, conocer $p = \mathbb{P}(0)$ determina la otra entrada.

NOTACIÓN

$$v = \begin{bmatrix} p \\ 1-p \end{bmatrix}, \qquad 0 \le p \le 1$$

QM Q

Método · Información incompleta

No se observa el vector completo en un ensayo; se observa una etiqueta. El vector describe frecuencias esperadas en muchos ensayos.

PASOS

1. Define $p = \mathbb{P}(0)$.
2. Usa $1 - p = \mathbb{P}(1)$.
3. Verifica que las entradas sumen 1.

Ejercicio resuelto · Información incompleta

Si $p = 0.2$, escribe el vector y sus probabilidades.

SOLUCIÓN

$$v = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \qquad \mathbb{P}(0) = 0.2, \quad \mathbb{P}(1) = 0.8$$

Concepto · Vectores probabilísticos válidos

Slide 18

Un vector probabilístico válido tiene entradas no negativas y suma total igual a uno. El cero está permitido.

NOTACIÓN

$$v = \begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix}, \qquad p_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^{m} p_i = 1$$

Método · Vectores probabilísticos válidos

Slide 19

La validación se hace con dos pruebas: signos y suma. Si falla una, el vector no representa una distribución.

PASOS

1. Revisa que no haya entradas negativas.
2. Suma todas las entradas.
3. Acepta sólo si la suma es 1.

Ejercicio resuelto · Vectores probabilísticos válidos

Determina si $(-1/2, 1/4, 1/4, 0)^T$ es válido.

SOLUCIÓN

Contiene $-1/2 < 0$, por tanto es inválido. Además,

$$-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + 0 = 0 \neq 1.$$

Concepto · Moneda sesgada

Una moneda sesgada se representa con probabilidades distintas para cara y cruz. Si el orden es H, T, la primera entrada es $\mathbb{P}(H)$.

NOTACIÓN

$$v = \begin{bmatrix} \mathbb{P}(H) \\ \mathbb{P}(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ 1 - p \end{bmatrix}$$

Método · Moneda sesgada

Para conteos esperados, multiplica el número de lanzamientos por la probabilidad de cada resultado.

PASOS

1. Identifica n.
2. Calcula $n\mathbb{P}(H)$.
3. Calcula $n\mathbb{P}(T)$.
4. Compara con las opciones más cercanas.

Ejercicio resuelto · Moneda sesgada

Slide 23

Una moneda tiene $\mathbb{P}(H) = 0.2$ y se lanza 1000 veces. ¿Qué conteos esperados produce?

SOLUCIÓN

$$E[\#H] = 1000(0.2) = 200, \qquad E[\#T] = 1000(0.8) = 800.$$

Concepto · Simulación con números aleatorios

Slide 24

En código, una comparación con un entero aleatorio puede representar una probabilidad. Si hay 100 valores posibles, el umbral x funciona como porcentaje.

NOTACIÓN

$$\mathbb{P}(\texttt{randrange(100)<x}) = \frac{x}{100}$$

Método · Simulación con números aleatorios

Slide 25

Iguala la probabilidad deseada con $x/100$ y despeja x.

PASOS

1. Define el evento que entra al `if`.
2. Cuenta valores favorables.
3. Resuelve $x/100 = p$.

Ejercicio resuelto · Simulación con números aleatorios

Slide 26

Se desea simular $\mathbb{P}(H) = 0.7$. Encuentra x.

SOLUCIÓN

$$\frac{x}{100} = 0.7 \quad \Longrightarrow \quad x = 70.$$

Concepto · Operadores probabilísticos

Slide 27

Un operador probabilístico transforma un vector de probabilidad en otro. Con vectores columna, la matriz actúa por la izquierda.

NOTACIÓN

$$v' = Av$$

Método · Operadores probabilísticos

Slide 28

La columna fija el estado inicial y las filas enumeran estados finales.

PASOS

1. Escribe v como vector columna.
2. Multiplica Av.
3. Interpreta cada entrada de v' como probabilidad final.

Ejercicio resuelto · Operadores probabilísticos

Slide 29

Aplica NOT a $v = (p, 1-p)^T$.

SOLUCIÓN

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ 1-p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-p \\ p \end{bmatrix}$$

Concepto · Lectura de matrices de transición

Slide 30

La entrada A_{ij} se lee como la probabilidad de ir desde el estado j hacia el estado i.

NOTACIÓN

$$A_{ij} = \mathbb{P}(\text{destino} = i \mid \text{origen} = j)$$

Método · Lectura de matrices de transición

Traduce siempre origen a columna y destino a fila.

PASOS

1. Identifica el origen.
2. Busca su columna.
3. Identifica el destino.
4. Lee la fila correspondiente.

Ejercicio resuelto · Lectura de matrices de transición

En una matriz de estados $1, 2, 3, 4$, ¿qué entrada da la probabilidad de $2 \to 3$?

SOLUCIÓN

Origen $2 \Rightarrow$ columna 2. Destino $3 \Rightarrow$ fila 3. La entrada es $A_{3,2}$.

Concepto · Matriz estocástica por columnas

Slide 33

Una matriz es operador probabilístico válido si sus entradas son reales no negativas y cada columna suma uno.

NOTACIÓN

$$A_{ij} \geq 0, \qquad \sum_i A_{ij} = 1 \quad \text{para cada } j$$

Método · Matriz estocástica por columnas

No revises filas en esta convención. Las columnas son distribuciones condicionadas al origen.

PASOS

1. Revisa entradas reales.
2. Revisa no negatividad.
3. Suma cada columna.

Ejercicio resuelto · Matriz estocástica por columnas

Slide 35

Valida $A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.8 & 0.6 \end{bmatrix}$.

SOLUCIÓN

$$0.2 + 0.8 = 1, \qquad 0.4 + 0.6 = 1.$$

Todas las entradas son no negativas, así que A es válida.

Concepto · Cadenas de Markov

Slide 36

Una misma matriz de transición puede aplicarse varias veces. Cada multiplicación representa un paso temporal.

NOTACIÓN

$$v_{t+1} = Av_t, \qquad v_k = A^k v_0$$

Cuenta el número de transiciones, no el número de días nombrados. De lunes a miércoles hay dos pasos.

PASOS

1. Escribe v_0.
2. Aplica A una vez por paso.
3. Lee la entrada final solicitada.

Ejercicio resuelto · Cadenas de Markov

Si lunes es soleado y $A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.4 \\ 0.8 & 0.6 \end{bmatrix}$, calcula miércoles lluvioso.

SOLUCIÓN

$$v_L = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_M = Av_L = \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix}, \quad v_X = Av_M = \begin{bmatrix} 0.36 \\ 0.64 \end{bmatrix}.$$

$$\mathbb{P}(\text{lluvia miércoles}) = 0.64.$$

Concepto · Suma de caminos

Slide 39

En una cadena de Markov de dos pasos se puede sumar por rutas. Cada ruta se multiplica; rutas mutuamente excluyentes se suman.

NOTACIÓN

$$\mathbb{P}(i \to k \to j) = \mathbb{P}(k|i)\mathbb{P}(j|k)$$

Método · Suma de caminos

Lista las rutas que terminan en el destino deseado y suma sus probabilidades.

PASOS

1. Escribe estados intermedios posibles.
2. Multiplica cada ruta.
3. Suma rutas con el mismo destino.

Ejercicio resuelto · Suma de caminos

Slide 41

Recalcula lluvia miércoles por rutas desde soleado lunes.

SOLUCIÓN

$$S \to S \to R : 0.2(0.8) = 0.16, \quad S \to R \to R : 0.8(0.6) = 0.48$$

$$0.16 + 0.48 = 0.64.$$

Concepto · Dimensión de sistemas compuestos

Slide 42

Si cada moneda tiene dos estados, un sistema de n monedas tiene 2^n configuraciones conjuntas.

NOTACIÓN

$$\dim(v) = 2^n$$

Método · Dimensión de sistemas compuestos

La dimensión es el número de configuraciones posibles, no el número de monedas.

PASOS

1. Identifica estados por sistema.
2. Multiplica las posibilidades.
3. Para bits, usa 2^n.

Ejercicio resuelto · Dimensión de sistemas compuestos

Slide 44

¿Cuál es la dimensión para tres monedas?

SOLUCIÓN

$$2^3 = 8.$$

Los estados son $000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111$.

Concepto · Orden de estados de dos bits

Slide 45

Para dos bits se usa el orden estándar $00, 01, 10, 11$. Ese orden determina la posición de cada probabilidad.

NOTACIÓN

$$v = \begin{bmatrix} \mathbb{P}(00) \\ \mathbb{P}(01) \\ \mathbb{P}(10) \\ \mathbb{P}(11) \end{bmatrix}$$

QM Q

Método · Orden de estados de dos bits

Antes de seleccionar una entrada, escribe el orden completo.

PASOS

1. Declara el orden.
2. Ubica la cadena solicitada.
3. Lee la entrada correspondiente.

Ejercicio resuelto · Orden de estados de dos bits

Slide 47

¿Qué posición ocupa el estado 10 en el orden $00, 01, 10, 11$?

SOLUCIÓN

Es la tercera posición:

$$00 \to 1, \quad 01 \to 2, \quad 10 \to 3, \quad 11 \to 4.$$

Concepto · Producto tensorial de vectores

Slide 48

El producto tensorial organiza probabilidades conjuntas de sistemas independientes. Cada entrada del primer vector multiplica todo el segundo vector.

NOTACIÓN

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 q_0 \\ p_0 q_1 \\ p_1 q_0 \\ p_1 q_1 \end{bmatrix}$$

Método · Producto tensorial de vectores

Slide 49

Multiplica por bloques: primero $p_0 w$, después $p_1 w$.

PASOS

1. Toma la primera entrada del primer vector.
2. Multiplícala por todo el segundo.
3. Repite con la segunda entrada.

Ejercicio resuelto · Producto tensorial de vectores

Slide 50

Calcula $(0.2, 0.8)^T \otimes (0.9, 0.1)^T$.

SOLUCIÓN

$$\begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} 0.9 \\ 0.1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.18 \\ 0.02 \\ 0.72 \\ 0.08 \end{bmatrix}.$$

Concepto · Probabilidad del estado 10

Slide 51

Con orden $00, 01, 10, 11$, el estado 10 corresponde a la tercera entrada del vector tensorial.

NOTACIÓN

$$\mathbb{P}(10) = \mathbb{P}(\text{primer} = 1)\mathbb{P}(\text{segundo} = 0)$$

Método · Probabilidad del estado 10

Slide 52

Lee las probabilidades marginales y multiplícalas si el vector conjunto fue construido por producto tensorial.

PASOS

1. Primer bit 1: busca segunda entrada del primer vector.
2. Segundo bit 0: busca primera entrada del segundo vector.
3. Multiplica.

Ejercicio resuelto · Probabilidad del estado 10

Usa los vectores $(0.2, 0.8)^T$ y $(0.9, 0.1)^T$ para 10.

SOLUCIÓN

$$\mathbb{P}(10) = 0.8 \cdot 0.9 = 0.72.$$

No toda distribución conjunta válida se factoriza como producto tensorial de dos distribuciones de un bit.

NOTACIÓN

$$\begin{bmatrix} 1/2 \\ 0 \\ 0 \\ 1/2 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} p \\ 1-p \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} q \\ 1-q \end{bmatrix} \quad \text{en general}$$

Método · Correlaciones clásicas

Si aparecen sólo 00 y 11, los bits están perfectamente correlacionados.

PASOS

1. Verifica que el vector suma 1.
2. Revisa si puede escribirse como producto.
3. Si no, es correlación clásica.

Ejercicio resuelto · Correlaciones clásicas

Slide 56

Interpreta $v = (1/2, 0, 0, 1/2)^T$.

SOLUCIÓN

$$\mathbb{P}(00) = \mathbb{P}(11) = 1/2, \quad \mathbb{P}(01) = \mathbb{P}(10) = 0.$$

Los bits siempre coinciden.

Concepto · Producto tensorial de matrices

Slide 57

Cuando dos operadores actúan en sistemas separados, la operación conjunta se escribe con producto tensorial de matrices.

NOTACIÓN

$$(A \otimes B)(v \otimes w) = (Av) \otimes (Bw)$$

Método · Producto tensorial de matrices

Slide 58

Si A y B son 2×2, entonces $A \otimes B$ es 4×4.

PASOS

1. Identifica qué operador actúa en cada bit.
2. Calcula el producto tensorial.
3. Aplica al vector conjunto.

¿Qué tamaño tiene $I \otimes X$?

SOLUCIÓN

$$I \in \mathbb{R}^{2\times 2}, \quad X \in \mathbb{R}^{2\times 2} \quad \Rightarrow \quad I \otimes X \in \mathbb{R}^{4\times 4}.$$

Concepto · CNOT clásico

Slide 60

CNOT usa el primer bit como control y el segundo como objetivo. Si el control es 1, invierte el objetivo.

NOTACIÓN

$$\mathrm{CNOT}(a, b) = (a, b \oplus a)$$

Método · CNOT clásico

Evalúa la regla sobre los cuatro estados base.

PASOS

1. Si $a = 0$, no cambia b.
2. Si $a = 1$, cambia b.
3. Escribe la tabla completa.

Ejercicio resuelto · CNOT clásico

Aplica CNOT a $00, 01, 10, 11$.

SOLUCIÓN

$$00 \to 00, \quad 01 \to 01, \quad 10 \to 11, \quad 11 \to 10.$$

La matriz CNOT se construye colocando en cada columna el vector de salida de la entrada correspondiente.

NOTACIÓN

$$\mathrm{CNOT} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Método · Matriz CNOT

Usa orden $00, 01, 10, 11$ para filas y columnas.

PASOS

1. Columna de 00: salida 00.
2. Columna de 01: salida 01.
3. Columna de 10: salida 11.
4. Columna de 11: salida 10.

Ejercicio resuelto · Matriz CNOT

Slide 65

¿Dónde va el 1 de la columna 10?

SOLUCIÓN

10 está en la columna 3 y sale como 11, que está en la fila 4. Entonces hay un 1 en $(4,3)$.

Concepto · Reversibilidad de CNOT

CNOT es reversible porque su tabla no repite salidas. Además, aplicarla dos veces recupera el estado inicial.

NOTACIÓN

$$\mathrm{CNOT}^{-1} = \mathrm{CNOT}, \qquad \mathrm{CNOT}^2 = I_4$$

Método · Reversibilidad de CNOT

Slide 67

Verifica estado por estado.

PASOS

1. Aplica CNOT una vez.
2. Aplica CNOT otra vez.
3. Comprueba que regresa el mismo estado.

Ejercicio resuelto · Reversibilidad de CNOT

Slide 68

Verifica en 10 y 11.

SOLUCIÓN

$$10 \to 11 \to 10, \qquad 11 \to 10 \to 11.$$

La mayoría de errores proviene de leer columnas como filas o de confundir amplitudes, probabilidades y conteos.

NOTACIÓN

$$A_{ij} = \mathbb{P}(i|j) \quad \text{no} \quad \mathbb{P}(j|i)$$

Método · Errores de convención

Slide 70

Antes de calcular, traduce el lenguaje natural a índices matemáticos.

PASOS

1. Origen $\rightarrow$ columna.
2. Destino $\rightarrow$ fila.
3. Estado compuesto $\rightarrow$ orden explícito.

Ejercicio resuelto · Errores de convención

Slide 71

¿Qué significa $A_{2,3}$ en esta convención?

SOLUCIÓN

$$A_{2,3} = \mathbb{P}(\text{destino} = 2 \mid \text{origen} = 3).$$

Concepto · Positivo vs no negativo

Slide 72

En probabilidad se permite el cero. Por eso la condición correcta es no negatividad, no positividad estricta.

NOTACIÓN

$$p_i \geq 0 \quad \text{permitido;} \qquad p_i > 0 \quad \text{demasiado restrictivo}$$

Método · Positivo vs no negativo

No descartes vectores o matrices sólo porque contengan ceros.

PASOS

1. Busca valores negativos.
2. Si hay ceros, siguen siendo válidos si la suma es correcta.

Ejercicio resuelto · Positivo vs no negativo

¿Es válido $v = (1, 0, 0, 0)^T$?

SOLUCIÓN

Sí. Todas las entradas son no negativas y

$$1 + 0 + 0 + 0 = 1.$$

Concepto · Conteo de funciones booleanas

Slide 75

Con n bits hay 2^n entradas posibles. Una función booleana asigna 0 o 1 a cada entrada, así que hay 2^{2^n} funciones.

NOTACIÓN

$$\#\{f : \{0,1\}^n \to \{0,1\}\} = 2^{2^n}$$

Método · Conteo de funciones booleanas

Cuenta filas de la tabla de verdad y después cuenta columnas posibles.

PASOS

1. Hay 2^n filas.
2. Cada fila puede recibir salida 0 o 1.
3. Multiplica 2 por sí mismo 2^n veces.

Ejercicio resuelto · Conteo de funciones booleanas

Slide 77

¿Cuántas funciones booleanas hay para $n = 2$?

SOLUCIÓN

$$2^{2^2} = 2^4 = 16.$$

Concepto · Conexión operativa

Los objetos clásicos de este módulo se relacionan por inclusiones: estados puros dentro de probabilísticos, operaciones deterministas dentro de estocásticas y sistemas compuestos mediante tensorial.

NOTACIÓN

$$\text{puro} \subset \text{probabilístico}, \qquad \text{determinista} \subset \text{estocástico}$$

Método · Conexión operativa

Slide 79

Reconoce el tipo de objeto antes de aplicar fórmulas.

PASOS

1. ¿Estado o transformación?
2. ¿Un sistema o compuesto?
3. ¿Determinista o probabilístico?

Ejercicio resuelto · Conexión operativa

Slide 80

Clasifica $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

SOLUCIÓN

Es determinista, probabilístico válido y reversible. Sus columnas suman 1 y no contiene entradas negativas.

Concepto · Control final de normalización

Cada resultado debe seguir siendo una distribución válida. Esta verificación detecta errores aritméticos.

NOTACIÓN

$$\sum_i v_i' = 1, \qquad v_i' \geq 0$$

Método · Control final de normalización

Slide 82

Después de cada multiplicación o producto tensorial, revisa suma y signos.

PASOS

1. Suma las entradas finales.
2. Revisa no negatividad.
3. Si falla, corrige el cálculo o el orden de estados.

Ejercicio resuelto · Control final de normalización

Slide 83

Verifica $v = (0.18, 0.02, 0.72, 0.08)^T$.

SOLUCIÓN

$$0.18 + 0.02 + 0.72 + 0.08 = 1.00.$$

Es válido.

Concepto · Tabla de verdad de n bits

Slide 84

Una tabla de verdad con n bits de entrada tiene 2^n filas. Cada fila corresponde a una cadena binaria distinta de longitud n.

NOTACIÓN

$$\{0,1\}^n = \{x_1 x_2 \cdots x_n : x_i \in \{0,1\}\}$$

Método · Tabla de verdad de n bits

Slide 85

La tabla de verdad es la forma más segura de contar entradas y salidas posibles.

PASOS

1. Cuenta bits de entrada.
2. Enumera 2^n cadenas.
3. Asigna una salida por fila.

Ejercicio resuelto · Tabla de verdad de n bits

Enumera las entradas para $n = 2$.

SOLUCIÓN

$$00, \quad 01, \quad 10, \quad 11.$$

Hay $2^2 = 4$ entradas.

Concepto · Lectura integrada de un ejercicio

Slide 87

Un ejercicio típico combina varias convenciones: vector columna, matriz por columnas, producto tensorial y lectura de estados compuestos. La solución correcta empieza declarando el orden.

NOTACIÓN

orden $\longrightarrow$ objeto $\longrightarrow$ operación $\longrightarrow$ lectura final

Método · Lectura integrada de un ejercicio

Antes de hacer aritmética, escribe explícitamente qué representa cada fila, columna o entrada del vector.

PASOS

1. Declara orden de estados.
2. Escribe vector o matriz.
3. Aplica la operación.
4. Lee la entrada solicitada.

¿Por qué declarar el orden evita errores en 10?

SOLUCIÓN

Porque 10 puede ser tercera entrada en el orden $00, 01, 10, 11$. Sin declarar el orden, la lectura de la probabilidad queda ambigua.

Formulario final del módulo

Slide 90

Estas fórmulas son las referencias mínimas que deben quedar disponibles durante la resolución de ejercicios. La prioridad es identificar primero la convención de orden y después aplicar la regla algebraica correspondiente.

FÓRMULAS

$$v' = Av$$

$$A_{ij} = \mathbb{P}(i|j), \quad A_{ij} \geq 0, \quad \sum_i A_{ij} = 1$$

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ p_1 \end{bmatrix} \otimes \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_0 q_0 \\ p_0 q_1 \\ p_1 q_0 \\ p_1 q_1 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{CNOT}(a, b) = (a, b \oplus a)$$