

QMexico Summer School

# QBronze 1.5

## Búsqueda de Grover

Grover Search Algorithm

03 de junio 2026

Material final para estudiantes · Notación matemática en  $\LaTeX$

El módulo organiza los conceptos en una secuencia matemática progresiva. Cada bloque introduce una definición, fija la convención de notación y resuelve ejercicios con pasos explícitos.

La convención común de las cinco presentaciones es usar vectores columna, producto tensorial de izquierda a derecha y amplitudes reales salvo que se indique lo contrario.

**Convención de trabajo.** Cada desarrollo mantiene la misma lectura de vectores columna, bases ordenadas y operaciones aplicadas por la izquierda.

### MAPA

1. Búsqueda no estructurada
2. Superposición inicial
3. Phase kickback
4. Difusión
5. Número de iteraciones
6. Medición final

Grover busca un elemento marcado en un conjunto sin estructura que permita ordenamiento o salto directo. El oráculo responde si un elemento está marcado.

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ marcado} \\ 0, & x \text{ no marcado} \end{cases}$$

Representa elementos como cadenas binarias.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. Elige  $n$  qubits de búsqueda.
2. Cada cadena  $x \in \{0, 1\}^n$  representa un elemento.
3. El oráculo identifica marcados.

Para 32 elementos, ¿cuántos qubits de búsqueda se necesitan?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### SOLUCIÓN

$$2^n = 32 \Rightarrow n = 5.$$

Grover ofrece aceleración cuadrática, no exponencial. Para un marcado, usa del orden de  $\sqrt{N}$  consultas.

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$O(\sqrt{N})$  frente a  $O(N)$

No toda mejora cuántica es exponencial.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. Identifica  $N$ .
2. La escala clásica es lineal.
3. La escala de Grover es raíz cuadrada.

¿Grover proporciona aceleración exponencial?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### SOLUCIÓN

No. La aceleración estándar de Grover es cuadrática.

La amplitud del marcado aumenta hasta un máximo y luego puede disminuir. Grover es una rotación en un subespacio de dos dimensiones.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$$k_{\text{opt}} \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{N}{M}}$$

Demasiadas iteraciones producen overshooting.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Estima iteraciones óptimas.
2. No aumentes indefinidamente.
3. Mide cerca del máximo de amplitud marcada.

¿Más iteraciones siempre mejoran el resultado?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## SOLUCIÓN

No. Después del punto óptimo, la probabilidad del mercado puede bajar.

Grover inicia colocando todos los elementos del espacio de búsqueda en superposición uniforme.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$$H^{\otimes n} |0\rangle^{\otimes n} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} |x\rangle$$

Aplica Hadamard a cada qubit de búsqueda.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Calcula  $n$  tal que  $N = 2^n$ .
2. Aplica  $H$  a los  $n$  qubits.
3. No incluyas ancillas al contar elementos.

Para 32 elementos, ¿qué reemplaza  $a, b$  en `for i in range(a): mycircuit.b(qreg[i])`?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## SOLUCIÓN

Se necesitan 5 qubits y compuerta  $h$ :  $5, h$ .

El oráculo reversible suele usar un qubit auxiliar preparado en  $|-\rangle$  para producir phase kickback.

**Por qué importa.** La notación ket es una forma compacta de escribir vectores columna. No cambia el álgebra lineal; sólo permite que expresiones largas de varios qubits sean legibles.

## NOTACIÓN

$$|-\rangle = \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

Desde  $|0\rangle$ , se prepara con  $X$  y luego  $H$ .

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La notación ket es una forma compacta de escribir vectores columna. No cambia el álgebra lineal; sólo permite que expresiones largas de varios qubits sean legibles.

## PASOS

1.  $X |0\rangle = |1\rangle$ .
2.  $H |1\rangle = |-\rangle$ .
3. Usa ese ancilla en el oráculo.

¿Qué compuertas preparan el ancilla  $|-\rangle$  desde  $|0\rangle$ ?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La notación ket es una forma compacta de escribir vectores columna. No cambia el álgebra lineal; sólo permite que expresiones largas de varios qubits sean legibles.

## SOLUCIÓN

Primero  $X$ , luego  $H$ .

Un oráculo reversible puede escribirse como  $B_f |x\rangle |y\rangle = |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$ .

**Por qué importa.** La reversibilidad significa que no se pierde información lógica. En computación cuántica esta propiedad es central porque las operaciones cerradas deben preservar norma y admitir inversa.

### NOTACIÓN

$$B_f : |x\rangle |y\rangle \mapsto |x\rangle |y \oplus f(x)\rangle$$

El registro  $x$  se conserva; la respuesta se escribe por XOR en el auxiliar.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La reversibilidad significa que no se pierde información lógica. En computación cuántica esta propiedad es central porque las operaciones cerradas deben preservar norma y admitir inversa.

### PASOS

1. Entrada:  $x$  y  $y$ .
2. Calcula  $f(x)$ .
3. Actualiza  $y$  con XOR.

Si  $f(x) = 1$  y  $y = 0$ , ¿qué sale?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La reversibilidad significa que no se pierde información lógica. En computación cuántica esta propiedad es central porque las operaciones cerradas deben preservar norma y admitir inversa.

### SOLUCIÓN

Salida:  $|x\rangle |1\rangle$ .

$$y \oplus f(x) = 0 \oplus 1 = 1.$$

Si el auxiliar está en  $|-\rangle$ , el valor  $f(x)$  aparece como fase del estado  $|x\rangle$ .

**Por qué importa.** Phase kickback permite mover el valor de una función booleana al signo de una amplitud. Esa transformación convierte información lógica en interferencia aprovechable por un algoritmo cuántico.

### NOTACIÓN

$$B_f |x\rangle |-\rangle = (-1)^{f(x)} |x\rangle |-\rangle$$

El auxiliar regresa a  $|-\rangle$ ; la información queda en el signo.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Phase kickback permite mover el valor de una función booleana al signo de una amplitud. Esa transformación convierte información lógica en interferencia aprovechable por un algoritmo cuántico.

### PASOS

1. Expande  $|-\rangle = (|0\rangle - |1\rangle)/\sqrt{2}$ .
2. Aplica el oráculo.
3. Factoriza el signo  $(-1)^{f(x)}$ .

¿Cómo se invierte el signo del marcado sin saber cuál es?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Phase kickback permite mover el valor de una función booleana al signo de una amplitud. Esa transformación convierte información lógica en interferencia aprovechable por un algoritmo cuántico.

## SOLUCIÓN

Mediante phase kickback: el oráculo aplica  $(-1)^{f(x)}$  y sólo los marcados tienen  $f(x) = 1$ .

Después de la fase de consulta, las amplitudes de los elementos marcados cambian de signo; las demás no cambian.

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$$a_x \mapsto (-1)^{f(x)} a_x$$

El marcado se identifica por amplitud negativa en la superposición uniforme inicial.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. Escribe el estado uniforme.
2. Cambia signo en marcados.
3. Conserva amplitudes no marcadas.

Para 4 elementos, si queda  $\frac{|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle + |11\rangle}{2}$ , ¿cuál está marcado?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

## SOLUCIÓN

El único signo negativo está en  $|01\rangle$ , por tanto el marcado es  $|01\rangle$ .

El operador de difusión refleja las amplitudes alrededor del promedio. Esto amplifica las amplitudes que fueron marcadas con fase negativa.

**Por qué importa.** La difusión invierte amplitudes alrededor del promedio. Geométricamente funciona como una reflexión que aumenta la componente del estado marcada cuando se combina con el cambio de fase del oráculo.

### NOTACIÓN

$$D = 2 |s\rangle \langle s| - I$$

Aquí  $|s\rangle$  es la superposición uniforme.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La difusión invierte amplitudes alrededor del promedio. Geométricamente funciona como una reflexión que aumenta la componente del estado marcada cuando se combina con el cambio de fase del oráculo.

### PASOS

1. Calcula el promedio de amplitudes.
2. Para cada amplitud, aplica  $a'_i = 2\bar{a} - a_i$ .
3. Observa que el marcado aumenta.

¿A qué corresponde visualmente la inversión en Grover?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La difusión invierte amplitudes alrededor del promedio. Geométricamente funciona como una reflexión que aumenta la componente del estado marcada cuando se combina con el cambio de fase del oráculo.

## SOLUCIÓN

A una reflexión respecto al estado de superposición uniforme  $|s\rangle$ .

El estado  $|s\rangle$  es el eje de reflexión de la difusión.

**Por qué importa.** La notación ket es una forma compacta de escribir vectores columna. No cambia el álgebra lineal; sólo permite que expresiones largas de varios qubits sean legibles.

### NOTACIÓN

$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_x |x\rangle$$

La difusión no refleja sobre el eje  $x$  ni el eje  $y$  del dibujo ordinario, sino sobre  $|s\rangle$ .

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La notación ket es una forma compacta de escribir vectores columna. No cambia el álgebra lineal; sólo permite que expresiones largas de varios qubits sean legibles.

### PASOS

1. Define  $|s\rangle$ .
2. Escribe  $D = 2 |s\rangle \langle s| - I$ .
3. Interpreta como reflexión.

¿La difusión refleja sobre 45 grados siempre?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La notación ket es una forma compacta de escribir vectores columna. No cambia el álgebra lineal; sólo permite que expresiones largas de varios qubits sean legibles.

### SOLUCIÓN

No. La descripción correcta es reflexión sobre  $|s\rangle$ ; en algunos dibujos de dimensión 2 puede coincidir visualmente con una línea, pero la definición general es  $|s\rangle$ .

Una iteración completa aplica primero el oráculo de fase y después la difusión.

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$$G = DO_f$$

La consulta marca por signo; la difusión amplifica.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. Preparar  $|s\rangle$ .
2. Aplicar oráculo  $O_f$ .
3. Aplicar difusión  $D$ .
4. Repetir número óptimo de veces.

Escribe la forma básica de una iteración.

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### SOLUCIÓN

$|\psi\rangle \xrightarrow{O_f}$  fase marcada  $\xrightarrow{D}$  amplitud amplificada.

La dinámica de Grover se analiza en el plano generado por el promedio de marcados y el promedio de no marcados.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$$|A\rangle = \frac{1}{\sqrt{M}} \sum_{x \in A} |x\rangle, \quad |B\rangle = \frac{1}{\sqrt{N-M}} \sum_{x \notin A} |x\rangle$$

La iteración rota el estado hacia  $|A\rangle$ .

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Separa marcados y no marcados.
2. Expresa  $|s\rangle$  en esa base.
3. Interpreta Grover como rotación.

Si hay un marcado, ¿qué representa  $|A\rangle$ ?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### SOLUCIÓN

El estado base del elemento marcado.

Sólo los qubits de búsqueda cuentan para representar elementos. El ancilla no aumenta el tamaño del espacio de búsqueda.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$$N = 2^n \quad \text{con } n \text{ qubits de búsqueda}$$

Separa registros antes de contar.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Identifica qubits de búsqueda.
2. Ignora ancillas para  $N$ .
3. Usa  $2^n = N$ .

Con 32 elementos y un ancilla adicional, ¿cuántos qubits representan elementos?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### SOLUCIÓN

Cinco. El ancilla es extra y no se cuenta para representar los 32 elementos.

No se necesita conocer internamente el oráculo durante el algoritmo; se requiere poder invocarlo. Su diseño depende del problema, pero el algoritmo lo usa como bloque.

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$$O_f |x\rangle = (-1)^{f(x)} |x\rangle$$

Distingue usar el oráculo de construir el oráculo.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. El oráculo implementa  $f$ .
2. Grover lo llama.
3. El marcado se revela por medición final, no por abrir el oráculo.

¿Necesitas saber qué hay dentro del oráculo para voltear el signo del marcado?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

## SOLUCIÓN

No. El phase kickback logra el signo mediante la acción del oráculo.

En búsqueda no estructurada clásica, una consulta negativa sólo descarta un elemento; no informa dónde está el marcado.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

peor caso clásico  $\sim N$

Por eso la comparación relevante es número de consultas al oráculo.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Consulta un elemento.
2. Si no está marcado, elimínalo.
3. Repite hasta encontrar marcado.

Para  $N = 32$ , ¿cuál es el orden clásico de consultas en peor caso?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## SOLUCIÓN

Del orden de 32, es decir  $O(N)$ .

Grover consulta en superposición. El oráculo afecta todas las ramas amplitudinales de forma coherente.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## NOTACIÓN

$$\sum_x a_x |x\rangle \xrightarrow{O_f} \sum_x (-1)^{f(x)} a_x |x\rangle$$

La ventaja proviene de interferencia, no de leer todos los resultados a la vez.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Prepara superposición.
2. Aplica oráculo coherente.
3. Usa difusión para amplificar.

¿La superposición permite obtener todos los elementos medidos a la vez?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## SOLUCIÓN

No. La medición devuelve una sola cadena. La ventaja está en la manipulación de amplitudes antes de medir.

La fórmula aritmética de la difusión es  $a'_i = 2\bar{a} - a_i$ .

**Por qué importa.** La difusión invierte amplitudes alrededor del promedio. Geométricamente funciona como una reflexión que aumenta la componente del estado marcada cuando se combina con el cambio de fase del oráculo.

### NOTACIÓN

$$\bar{a} = \frac{1}{N} \sum_i a_i, \quad a'_i = 2\bar{a} - a_i$$

Una amplitud negativa puede volverse grande y positiva tras reflejar alrededor del promedio.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La difusión invierte amplitudes alrededor del promedio. Geométricamente funciona como una reflexión que aumenta la componente del estado marcada cuando se combina con el cambio de fase del oráculo.

### PASOS

1. Calcula  $\bar{a}$ .
2. Resta cada amplitud respecto al promedio.
3. Refleja:  $a'_i = 2\bar{a} - a_i$ .

Si amplitudes son  $[-1/2, 1/2, 1/2, 1/2]$ , calcula promedio.

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La difusión invierte amplitudes alrededor del promedio. Geométricamente funciona como una reflexión que aumenta la componente del estado marcada cuando se combina con el cambio de fase del oráculo.

### SOLUCIÓN

$$\bar{a} = \frac{-1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2}{4} = \frac{1}{4}.$$

Con cuatro elementos y un marcado, una iteración de Grover puede llevar al marcado con probabilidad uno en el caso ideal.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$$N = 4, \quad k_{\text{opt}} = 1$$

Este caso es útil para ver amplitudes exactas.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## PASOS

1. Estado uniforme: amplitudes  $1/2$ .
2. Oráculo: marcado  $-1/2$ .
3. Promedio:  $1/4$ .
4. Difusión: marcado 1, no marcados 0.

Usa el promedio  $1/4$  para el marcado  $a = -1/2$ .

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## SOLUCIÓN

$$a' = 2(1/4) - (-1/2) = 1.$$

En el mismo caso, una amplitud no marcada  $a = 1/2$  se vuelve cero tras difusión.

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$$a' = 2\bar{a} - a$$

Esto muestra interferencia destructiva en no marcados.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. Promedio  $\bar{a} = 1/4$ .
2. No marcado  $a = 1/2$ .
3. Refleja.

Calcula amplitud final de un no marcado.

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### SOLUCIÓN

$$a' = 2(1/4) - 1/2 = 0.$$

Después de las iteraciones, se mide el registro de búsqueda. El resultado más probable debe ser el elemento marcado.

**Por qué importa.** La medición convierte un estado cuántico en una cadena clásica. Los conteos de un simulador son aproximaciones estadísticas de las probabilidades, salvo en estados deterministas donde todos los disparos caen en una sola cadena.

## NOTACIÓN

$$\mathbb{P}(x) = |a_x|^2$$

No se mide el ancilla para responder la búsqueda; el resultado está en el registro de búsqueda.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La medición convierte un estado cuántico en una cadena clásica. Los conteos de un simulador son aproximaciones estadísticas de las probabilidades, salvo en estados deterministas donde todos los disparos caen en una sola cadena.

### PASOS

1. Ejecuta iteraciones.
2. Mide qubits de búsqueda.
3. Escoge la cadena con mayor frecuencia.

Si tras una iteración  $a_{01} = 1$  y otros son 0, ¿qué se mide?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La medición convierte un estado cuántico en una cadena clásica. Los conteos de un simulador son aproximaciones estadísticas de las probabilidades, salvo en estados deterministas donde todos los disparos caen en una sola cadena.

## SOLUCIÓN

Se mide 01 con probabilidad 1.

Si hay  $M$  elementos marcados, la escala óptima cambia a  $\sqrt{N/M}$ .

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$$k_{\text{opt}} \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{N}{M}}$$

Más marcados requieren menos iteraciones.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. Identifica  $N$ .
2. Identifica  $M$ .
3. Sustituye en la fórmula aproximada.

Si  $N = 64$  y  $M = 4$ , estima escala de iteraciones.

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### SOLUCIÓN

$$\sqrt{N/M} = \sqrt{16} = 4, \quad k \approx \frac{\pi}{4} 4 \approx 3.14.$$

El oráculo de fase puede escribirse directamente sin mostrar el ancilla, una vez entendido el phase kickback.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$$O_f |x\rangle = (-1)^{f(x)} |x\rangle$$

Esta forma es más compacta para análisis de Grover.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Prepara ancilla en  $|-\rangle$  si partes de oráculo reversible.
2. Aplica  $B_f$ .
3. Ignora el ancilla porque regresa a  $|-\rangle$ .

¿Qué hace  $O_f$  si  $x$  no está marcado?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### SOLUCIÓN

Si  $f(x) = 0$ , entonces  $O_f |x\rangle = |x\rangle$ .

El difusor suele implementarse con Hadamard, operaciones que reflejan sobre  $|0 \dots 0\rangle$  y Hadamard de regreso.

**Por qué importa.** En código conviene distinguir el registro cuántico, el registro clásico y la operación de medición. Una compuerta modifica el estado cuántico; una medición produce información clásica.

### NOTACIÓN

$$D = H^{\otimes n} (2|0\rangle\langle 0| - I) H^{\otimes n}$$

La equivalencia viene de que  $H^{\otimes n} |0 \dots 0\rangle = |s\rangle$ .

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. En código conviene distinguir el registro cuántico, el registro clásico y la operación de medición. Una compuerta modifica el estado cuántico; una medición produce información clásica.

### PASOS

1. Lleva  $|s\rangle$  a  $|0 \dots 0\rangle$ .
2. Refleja.
3. Regresa con Hadamard.

¿Por qué aparece  $H^{\otimes n}$  en el difusor?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. En código conviene distinguir el registro cuántico, el registro clásico y la operación de medición. Una compuerta modifica el estado cuántico; una medición produce información clásica.

## SOLUCIÓN

Porque transforma entre la base del estado uniforme y la base  $|0 \cdots 0\rangle$ .

Tres errores comunes: llamar exponencial a la aceleración de Grover, contar ancillas como elementos, y aplicar demasiadas iteraciones.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## NOTACIÓN

Grover :  $O(\sqrt{N})$

Controla cada error con una pregunta breve.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. ¿La mejora es cuadrática?
2. ¿Cuántos qubits representan elementos?
3. ¿Cuántas iteraciones son óptimas?

Evalúa: 'si corro más iteraciones, siempre mejora'.

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## SOLUCIÓN

Falso. Grover rota y puede sobrepasar el máximo.

Después de la consulta, el marcado se reconoce por la amplitud con signo cambiado respecto al estado uniforme.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$$|s\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_x (-1)^{f(x)} |x\rangle$$

Si hay un único signo negativo, ese estado está marcado.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Escribe el estado tras consulta.
2. Busca amplitudes negativas.
3. Relaciona con  $f(x) = 1$ .

En  $\frac{-|00\rangle+|01\rangle+|10\rangle+|11\rangle}{2}$ , ¿qué está marcado?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### SOLUCIÓN

$|00\rangle$ , porque es el término con signo negativo.

En código, separa registro de búsqueda y ancilla. Una línea que aplica  $H$  a los primeros  $n$  qubits no debe tocar el ancilla salvo que se indique.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

$q_0, \dots, q_{n-1}$  : búsqueda,       $q_n$  : ancilla

Una convención clara evita aplicar  $H$  al qubit equivocado.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Declara cuántos elementos hay.
2. Calcula  $n$ .
3. Aplica  $H$  a  $q[0], \dots, q[n - 1]$ .
4. Prepara ancilla por separado.

Para 32 elementos y un ancilla, ¿cuántos  $H$  se aplican al registro de búsqueda?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

## SOLUCIÓN

Cinco Hadamards, uno por cada qubit de búsqueda.

Una afirmación correcta sobre Grover debe mencionar búsqueda no estructurada, aceleración cuadrática y uso de oráculo por fase.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

no estructurada + oráculo + difusión

Rechaza afirmaciones absolutas o incorrectas.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. 'Más iteraciones siempre mejor': falso.
2. 'Exponencial': falso.
3. 'Necesito conocer marcado': falso.
4. 'Ninguna de esas': puede ser correcta si esas son las opciones.

Si las opciones falsas son las únicas afirmaciones sustantivas, ¿qué se elige?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### SOLUCIÓN

Se elige que ninguna de esas afirmaciones es correcta.

La consulta refleja respecto al subespacio de no marcados; la difusión refleja respecto a  $|s\rangle$ . Dos reflexiones componen una rotación.

**Por qué importa.** Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### NOTACIÓN

$$G = DO_f \quad \text{rotación hacia marcados}$$

Esta geometría explica amplificación y overshooting.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### PASOS

1. Oráculo cambia fase.
2. Difusión refleja.
3. La composición rota el vector de estado.

¿Por qué la probabilidad sube y luego baja si se repite demasiado?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. Grover no revela el elemento marcado por inspección directa del oráculo. El algoritmo amplifica su amplitud mediante interferencia, de modo que la medición final lo produce con alta probabilidad.

### SOLUCIÓN

Porque el estado rota más allá de la dirección del subespacio marcado.

Para construir superposición, el código repite  $H$  sobre los qubits de búsqueda.

**Por qué importa.** La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### NOTACIÓN

```
for i in range(n): circuit.h(q[i])
```

No uses  $X$  para superposición uniforme;  $X$  sólo cambia 0 por 1.

**Criterio operativo.** Antes de calcular, identifica el orden de los estados, la dimensión del vector y la operación que realmente se aplica. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### PASOS

1. Resolver  $n = \log_2 N$ .
2. Usar un ciclo sobre  $n$ .
3. Aplicar  $h$ , no  $x$  ni  $z$ .

Para  $N = 32$ , ¿cuál es el par  $a, b$ ?

**Lectura del planteamiento.** Se traduce primero la frase a símbolos y después se calcula sin cambiar la convención a mitad del procedimiento. La clave es mantener una convención estable y justificar cada símbolo antes de operar. Así el cálculo no depende de memoria mecánica, sino de una traducción clara entre texto, vector, matriz y resultado.

### SOLUCIÓN

$$a = 5, \quad b = h.$$

Estas fórmulas son las referencias mínimas que deben quedar disponibles durante la resolución de ejercicios. La prioridad es identificar primero la convención de orden y después aplicar la regla algebraica correspondiente.

## FÓRMULAS

$$N = 2^n$$
$$|s\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_x |x\rangle$$
$$O_f |x\rangle = (-1)^{f(x)} |x\rangle$$
$$D = 2 |s\rangle \langle s| - I$$
$$k \approx \frac{\pi}{4} \sqrt{\frac{N}{M}}$$